Freie Universität Berlin
Institut für Mathematik II
Christian Haase
Andreas Paffenholz

Gitterpolytope
Wintersemester 2005/2006

8. Aufgabenblatt

9. Januar 2006

Aufgabe 1.

Sei $S = \operatorname{conv}[a_0, \ldots, a_d]$ ein Gittersimplex, und sei

$$a = a_0 + \sum_{i=1}^{d} \lambda_i (a_i - a_0) \in E(S, a_0).$$

Setze $c := \left\lceil \sum_{i=1}^{d} \lambda_i \right\rceil$. Zeige, daß $a - a_0 \in cS - ca_0$.

Aufgabe 2.

Sei S ein Gittersimplex und $c \in \mathbb{Z}_{>0}$. Zeige, daß cS eine kanonische Unterteilung besitzt, so daß die Simplexe jeder Pullingtriangulierung Volumen $\operatorname{vol}(S)$ haben.

Aufgabe 3.

Gib ein Beispiel eines Gittersimplexes $S = \operatorname{conv}[a_0, \ldots, a_d]$, so daß

(1) alle Gitterpunkte in $E(S, a_0)$ auf dem Rand liegen, und
(2) keine echte Seite von $E(S, a_0)$ alle Gitterpunkte enthält.

Findest Du auch ein leeres Gittersimplex mit diesen Eigenschaften?

Bemerkung: $\operatorname{vol}(S)$ kann nicht prim sein.