FREIE UNIVERSITÄT BERLIN
Institut für Mathematik II
Christian Haase
Andreas Paffenholz

GITTERPOLYTOPE
Wintersemester 2005/2006

9. AUFGABENBLATT

16. JANUAR 2006

AUFGABE 1.

Seien $\Lambda_1 \subseteq \Lambda_2 \subseteq \mathbb{Z}^d$ Gitter. Sei $S = \operatorname{conv}[a_0, \ldots, a_k]$ ein Simplex mit Ecken in Λ_1. Zeige

$$\operatorname{vol}(S, \Lambda_1) \;\Big|\; \operatorname{vol}(S, \Lambda_2) \;\Big|\; [\Lambda_2 : \Lambda_1] \operatorname{vol}(S, \Lambda_1).$$

AUFGABE 2.

Beende den Beweis. Wir haben gezeigt (Notation der VL), daß es ein $c \in \mathbb{Z}_{>0}$ gibt, so daß das Bild von cP in $\mathbb{R}^N$ eine Λ_M-unimodulare Triangulierung besitzt.

Zeige, daß diese Triangulierung eine Triangulierung von cP bestimmt, deren Simplexe alle Volumen $< V$ haben.

AUFGABE 3.

Bestimme das Ehrhart-Polynom $\operatorname{Ehr}(\Delta_d, k)$ des d-dimensionalen Standardsimplexes, und zeige, daß $(-1)^d \operatorname{Ehr}(\Delta_d, -k)$ innere Gitterpunkte in $k\Delta_d$ zählt ($k > 0$).